

Utilisation de fonctions objectives locales dans le cadre de l'optimisation topologique des échanges thermiques d'un canal vertical asymétriquement chauffé

David Marti ^(1*) & Delphine Ramalingom ⁽¹⁾ & Pierre-Henri Cocquet ^{(1),(2)} & Alain Bastide ⁽¹⁾



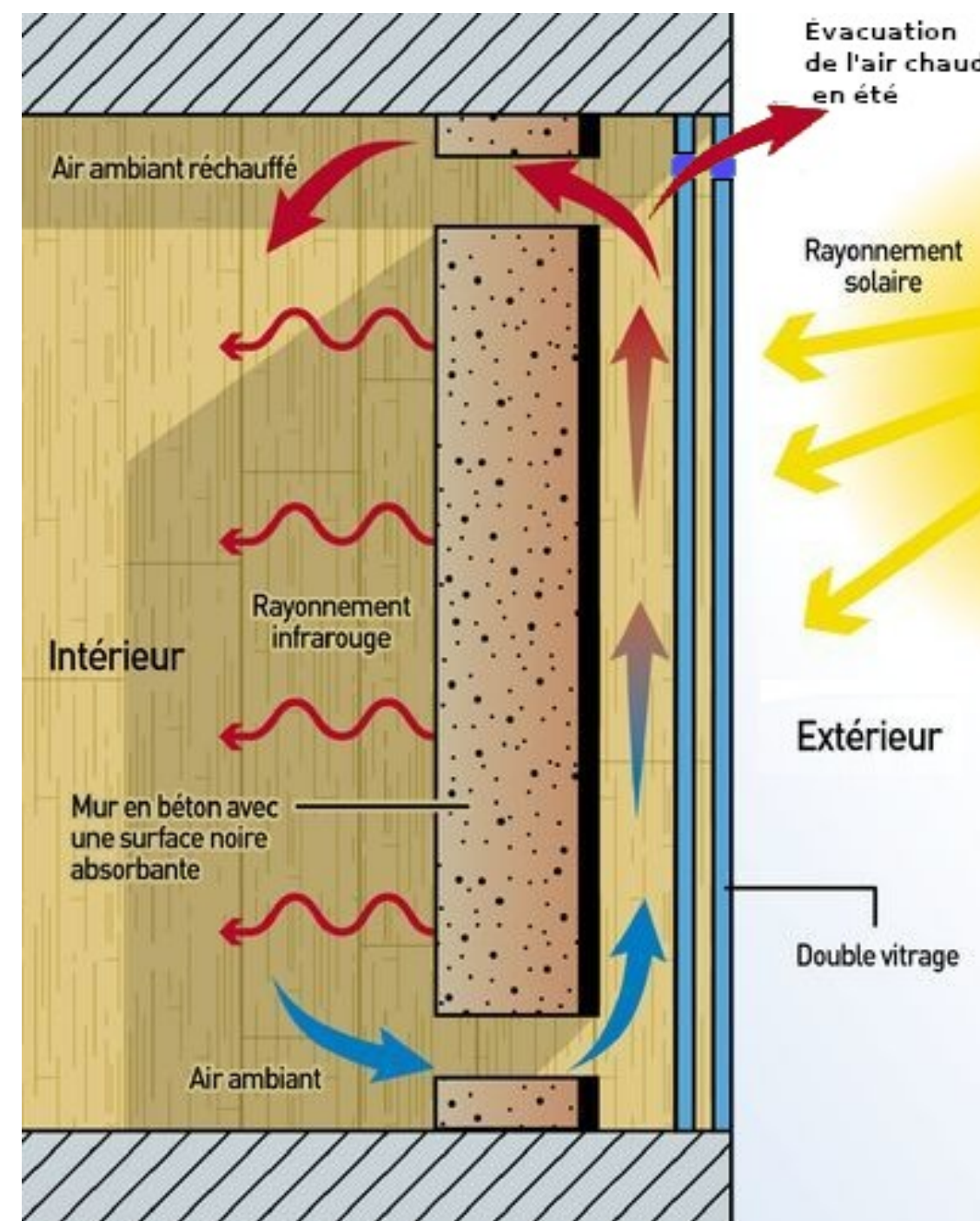
Contexte et Objectifs

Contexte :

Ces travaux s'inscrivent dans le contexte de l'habitat passif et peuvent s'apparenter à la recherche de meilleures performances du mur Trombe.

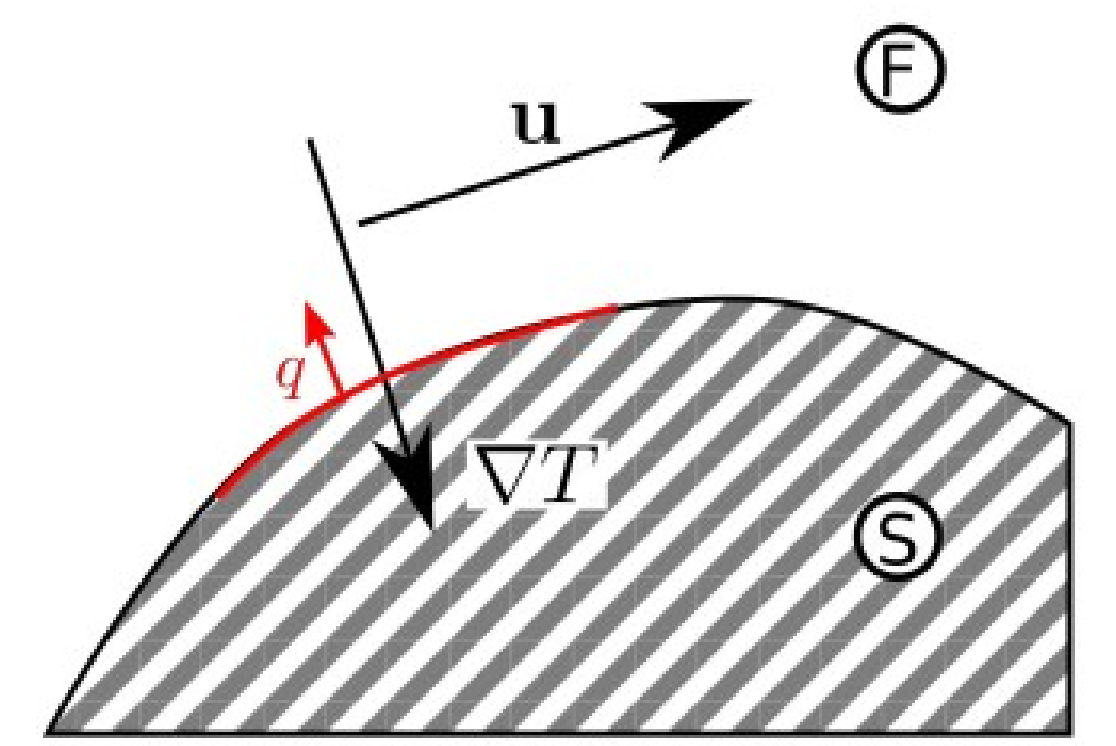
Les écoulements étudiés sont des écoulements en convection naturelle.

Une méthode d'optimisation topologique par pénalisation du fluide via ajout de solide est mise en œuvre afin d'aboutir à une topologie de canal asymétriquement chauffé qui répond le mieux à une fonction objectif que l'on définit.



Objectifs :

- Définir une fonction objectif qui favorise les transferts de chaleur entre l'entrée et la sortie du canal
- Étudier son comportement vis à vis de fonctions objectives globales plus classiques via un exercice d'optimisation topologique.
- Évaluer l'intérêt de cette nouvelle fonction objectif



Simulation numérique

Modélisation

- Utilisation de la méthode des volumes finis via un solveur développé en interne sous OpenFOAM.
- Conditions limites correspondant à un cas classique de convection naturelle dominante.
- Les grandeurs physiques utilisées sont sans dimension.
- La méthode adjointe continue d'analyse de la sensibilité est utilisée afin de mener à bien une descente par gradient conjugué

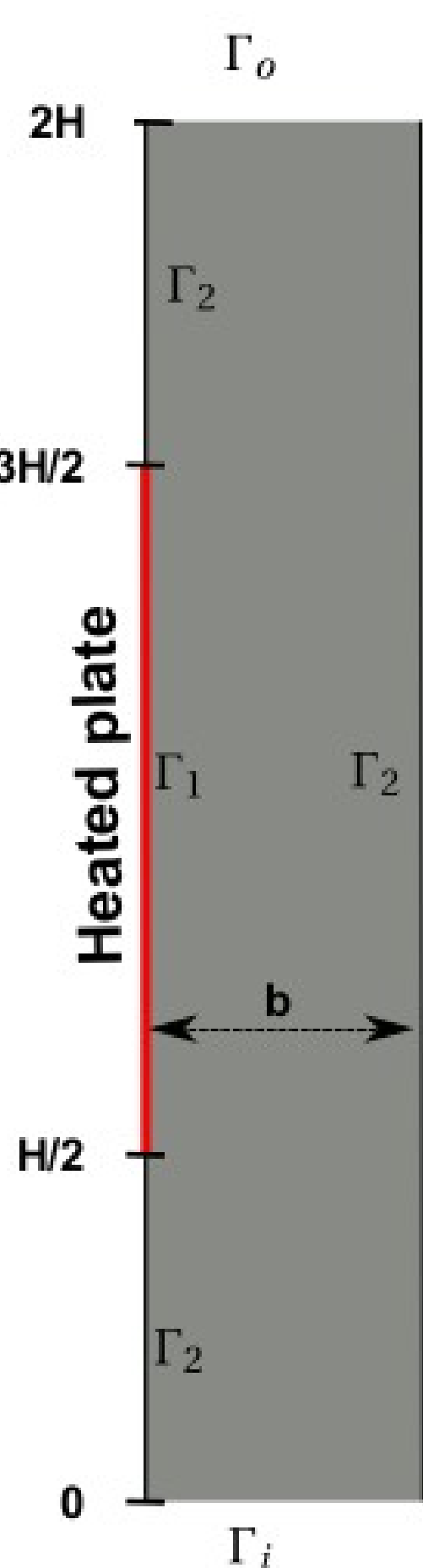
La simulation numérique consiste à minimiser la quantité :

$$\mathcal{J}(\mathbf{u}, p, \theta) = c_1 \hat{\mathcal{J}}_1(\mathbf{u}, p, \theta) - c_2 \hat{\mathcal{J}}_2(\mathbf{u}, p, \theta) + c_3 \hat{\mathcal{J}}_3(\mathbf{u}, p, \theta),$$

tout en respectant les équations de continuité, de Navier-Stokes et de la chaleur suivantes :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 & \text{sur } \Omega, \\ (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= -\nabla p + \text{Re}^{-1} \Delta \mathbf{u} - h_\tau(\gamma) \mathbf{u} + \text{Ri} \theta \vec{e}_y & \text{sur } \Omega, \\ \mathbf{u} \cdot \nabla \theta &= \nabla \cdot (\text{Re}^{-1} \text{Pr}^{-1} k_\tau(\gamma) \nabla \theta) & \text{sur } \Omega, \end{aligned}$$

Avec θ : température \mathbf{u} : vitesse Re : Reynolds Pr : Prandtl
 p : pression statique p_t : pression totale Ri : Richardson



Fonctions objectives

Classiques :

Les fonctions objectives suivantes globales, définies sur les frontières du domaine, sont utilisées.

- \mathcal{J}_1 minimise les pertes de charges entre l'entrée et la sortie du canal.
- \mathcal{J}_2 maximise les échanges thermiques entre la sortie et l'entrée du canal.

$$\mathcal{J}_1(\mathbf{u}, p) = -\frac{1}{|\Gamma_i|} \int_{\Gamma_i} p_t dS \int_{\Gamma_i} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS - \frac{1}{|\Gamma_o|} \int_{\Gamma_o} p_t dS \int_{\Gamma_o} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS,$$

$$\mathcal{J}_2(\mathbf{u}, \theta) = \frac{1}{|\Gamma_i|} \int_{\Gamma_i} \theta dS \int_{\Gamma_i} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS + \frac{1}{|\Gamma_o|} \int_{\Gamma_o} \theta dS \int_{\Gamma_o} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS.$$

Nouvelle :

Une fonction objectif locale, définie sur tout le domaine, est proposée. L'idée générale est de rendre localement le vecteur vitesse et le vecteur gradient de température orthogonaux afin de tendre vers le cas canonique du transfert de chaleur entre une plaque semi-infinie et l'air qui l'entoure. Cela revient à minimiser la quantité suivante :

$$\mathcal{J}_3(\mathbf{u}, \theta) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \frac{(\mathbf{u} \cdot \nabla \theta)^2}{(\|\mathbf{u}\| \|\nabla \theta\|)^2 + s} d\Omega, \quad s = 10^{-6}.$$

Résultats & Perspectives

Paramètres de modélisation :

- Richardson = 200
- Reynolds = 400
- $c_1 = c_2 = c_3 = 0.5$

Cas considérés :

- Cas 1 : pas d'optimisation
- Cas 2 : prise en compte de $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2$
- Cas 3 : prise en compte de $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2$ et \mathcal{J}_3

	P_{th}	\mathcal{J}_1	\mathcal{J}_2	\mathcal{J}_3	\mathcal{J}	Q_t
cas 1	0.017	-9.176	0.022	0.016	0.106	0
cas 2	0.053	-24.928	0.062	0.019	0.270	14.5
cas 3	0.051	-16.424	0.125	0.027	-0.024	55.8

Grandeurs observées après convergence :

- valeur des fonctions objectives
- puissance thermique : $P_{th} = \int_{\Gamma_o} \theta \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS - \int_{\Gamma_i} \theta \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS.$
- pourcentage de matière ajoutée : Q_t

Résultats :

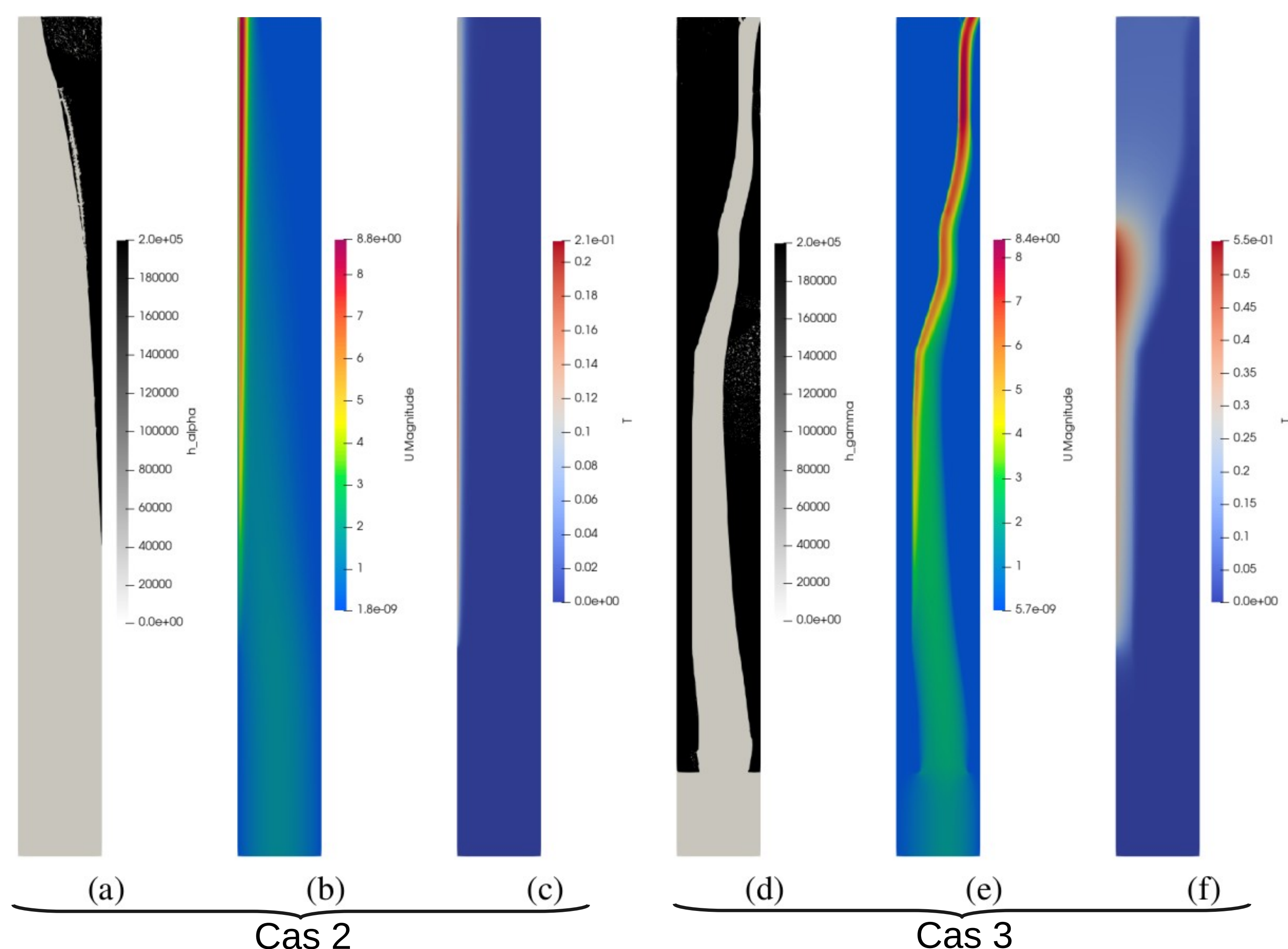
La fonction objectif \mathcal{J} est bien minimisée. L'ajout de la fonctionnelle \mathcal{J}_3 aux fonctionnelles \mathcal{J}_1 et \mathcal{J}_2 (cas 3) abouti a une forme de canal différente. Cela permet d'obtenir une puissance thermique P_{th} quasiment équivalente à l'utilisation de \mathcal{J}_1 et \mathcal{J}_2 seuls (cas 2). Les pertes de charge du fluide sont diminuées de près de 66 %, comme le montre \mathcal{J}_1 . La fonctionnelle thermique \mathcal{J}_2 augmente de près de 50 %.

Conclusions et Perspectives :

La fonction objectif proposée mène à une forme différente de canal pour une puissance thermique presque égale. De plus les quantités \mathcal{J}_1 et \mathcal{J}_2 évoluent dans des directions favorables à l'écoulement avec moins de pertes de charge et plus d'échanges thermiques.

Cette fonction objectif peut donc être un outil intéressant pour les concepteurs.

Il serait intéressant d'étudier le comportement de cette fonctionnelle locale seule. Nos tests effectués en ce sens présentent des difficultés de convergences. Des efforts sont en cours pour poursuivre dans cette voie.



(a) et (d) : canal optimisé (solide ajouté en noir)
 (b) et (e) : champ de vitesse
 (c) et (f) : champ de température